



شبیه سازی و بررسی مسائل تقارن محوری بر اساس روش گالرکین بدون المان و روش المان محدود

سید عبدالصمد جوانمرد

گروه مهندسی مکانیک، واحد مرودشت، دانشگاه آزاد اسلامی، مرودشت، ایران؛

چکیده

همراه با پیشرفتهای فراوان در زمینه علوم کامپیوتر در چند دهه اخیر، روشهای عددی نیز پیشرفت فراوانی داشته اند. از این روشها می توان به روش المان محدود و روش های بدون المان اشاره کرد. در روش المان محدود، هزینه تولید مش بسیار بالا و از حل برخی مسائل نظیر مسائل تغییر فرم بزرگ و مسائل مکانیک شکست که وابستگی زیادی به مش بندی دارند عاجز است، لذا ایده تولید روش عددی بدون المان شکل گرفت. یکی از روشهای بدون المان، روش گالرکین می باشد که تفاوت آن با روش المان محدود، عدم نیاز به مش بندی و تنها ایجاد گره هایی در دامنه و نحوه ساختن توابع شکل در آنهاست. در این تحقیق پس از تحلیل و شبیه سازی مسائل تقارن محوری، از دو روش گالرکین بدون المان و روش المان محدود، تنشها و کرنشها و جابجایی های بدست آمده و با یکدیگر مقایسه می شوند.

واژه های کلیدی: روش های بدون المان، گالرکین بدون المان، المان محدود، مسائل تقارن محوری.



مقدمه

همراه با پیشرفتهای فراوان در زمینه علوم کامپیوتر در چند دهه اخیر، روشهای عددی نیز پیشرفت فراوانی داشته اند. امروزه بخش اعظم مسائل مهندسی توسط روشهای عددی حل می شوند. از این روشها می توان به روش المان محدود و روش بدون المان اشاره کرد. در روش المان محدود، هزینه تولید مش بسیار بیشتر از تولید و حل سیستم معادلات است و طبق تجربیات بدست آمده، روش المان محدود در حل برخی مسائل نظیر مسائل تغییر فرم بزرگ، مسائل مکانیک شکست که وابستگی زیادی به مش بندی دارند عاجز است، لذا ایده تولید روش عددی که بتواند بدون نیاز به مش بندی دامنه مسئله به حل آن بپردازد، شکل گرفت. نتیجه تلاش محققان روش های بدون المان^۱ هستند.

در ریاضیات، در زمینه تجزیه و تحلیل عددی، روش گالرکین زیرگروهی برای تبدیل یک پدیده (مانند یک معادله دیفرانسیل) به مسئله گسسته است. در واقع، روش گالرکین با استفاده از روش تغییر پارامترهای فضا به تابع، معادله را به یک فرمول ساده تر تبدیل می کند. روش گالرکین راه حل قدرتمند عددی برای معادلات دیفرانسیل و تجزیه و تحلیل پدیده ها فراهم می کند.

از تحقیقات اخیر انجام شده در این زمینه مسائل بدون المان، می توان به روشارائه شده برای رفع ایراد نیاز به مش پس زمینه در برخی از روشهای بدون المان از طریق روش انتگرال گیری دامنه ای اشاره نمود (خسروی فر و دانشمند، ۱۳۸۷). استفاده از روش ترکیبی گالرکین بدون المان- المان طبیعی به منظور شبیه سازی تغییر شکلهای بزرگ ایجاد شده در آزمون کشش و فرایند اکستروژن مستقیم نیز نمونه کاربردی دیگری در این زمینه می باشد (جوانمرد و مشکسار، ۱۳۹۰). همچنین برای تحلیل دینامیکی سازه های استوانه ای همگن و ناهمگن با طول های محدود و نامحدود در حالت های یک، دو و سه بعدی از روش بدون شبکه پتروف-گلرکین^۲ با استفاده از نرم افزار مطلب استفاده گردیده است (موسوی نژاد و شهابیان، ۱۳۹۴).

اگرچه روشهای بدون المان قدمتی بیش از بیست سال دارند، تحقیقات روی آنها در ده سال اخیر رشد داشته است. دسته ای از روشهای بدون المان استفاده از تقریب مربعات حداقل متحرک^۳ است. نایلوپس و همکارانش اولین افرادی بودند که در سال ۱۹۹۲، از این تقریب در روش گالرکین با عنوان المان انتشار یافته^۴ استفاده کردند و آن را تعمیم یافته روش اجزا محدود تعبیر کردند (Nayroles et al, 1992). بلیتچکو و همکارانش این روش را در سال ۱۹۹۴ بهبود بخشیدند و آن را روش گالرکین بدون المان^۵ نام نهادند (Belytschko et al, 1994). کاربرد دیگر تحلیل پوسته های نازک می باشد (Krysl, Belytschko, 1996).

روش گالرکین بدون المان نیز جهت آنالیز تغییر شکل ورقهای نازک و ضخیم بکمک روش تقریب حداقل مجموع مربعات بکار گرفته بکارگرفته شده است (Belytschko et al, 1994, Yin et al, 2013).

همچنین می توان به تحلیل معادلات موج های بیضیگون و سهمیگون با استفاده از روش گالرکین (Ugural, 1981)، بررسی مسائل ADR با استفاده از روش گالرکین بدون المان (Xiaolin Li, 2023)، استفاده از روش گالرکین بدون المان تطبیقی برای شبیه سازی جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی آلومینیوم (Talebi et al, 2017)، استفاده از روش المان محدود گالرکین بدون المان بهبود یافته برای حل مشکلات انتقال حرارت گذرا با منبع گرمای متحرک (Juan et al, 2024) اشاره کرد.

یکی از روشهای بدون المان، روش گالرکین می باشد که تفاوت آن با روش المان محدود، عدم نیاز به مش بندی و تنها ایجاد گره هایی در دامنه و نحوه ساختن توابع شکل در آنهاست که تفاوت اساسی آنها است زیرا در روش المان محدود

¹- Meshless-Meshfree

²- MLPG

³- Moving Least Squares (MLS)

⁴- Diffuse Element Method (DEM)

⁵- Element Free Galerkin Method (EFGM)



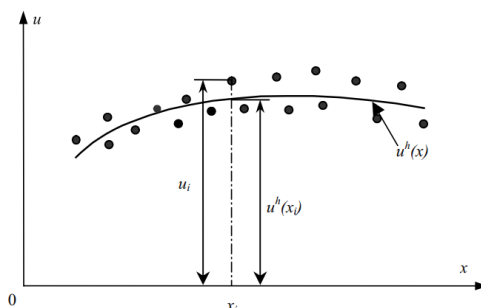
توابع شکل بر پایه المانها تشکیل شده و برای کل المان یکسان می باشد اما در روش بدون مش توابع شکل بر اساس یک تعداد گره موضعی بدست می آیند.

در این تحقیق پس از تحلیل و شبیه سازی مسائل تقارن محوری، از دو روش گالرکین بدون المان (کد نویسی در نرم افزار مطلب) و روش المان محدود (کد نویسی در نرم افزار مطلب)، جابجایی های بدست آمده و با یکدیگر مقایسه می شوند.

روش گالرکین بدون المان

روش گالرکین بدون المان از جمله روش های معروف بدون المان است که عملکرد آن بر پایه روش تقریب کمترین مربعات متحرک^۶ می باشد که آشنایی با چگونگی انتخاب توابع پایه و وزن، نحوه چیدمان و تعداد گره ها و همچنین نحوه اعمال شرایط مرزی اساسی می تواند نقش موثری بر دقت و همگرایی روش داشته باشد.

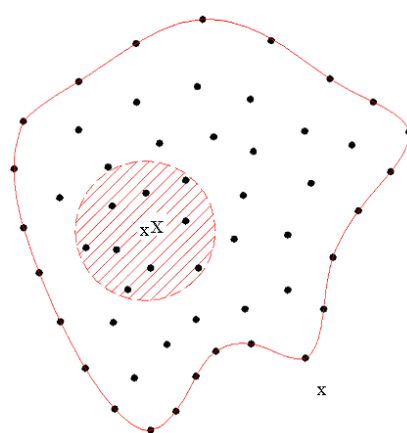
در این روش، توابع تقریب با استفاده از روش کمترین مربعات متحرک ساخته می شوند. تقریب کمترین مربعات متحرک روشی برای بدست آوردن تقریبی از یک تابع مجهول با داشتن مقدار آن در تعدادی نقاط مجزا می باشد (شکل ۱).



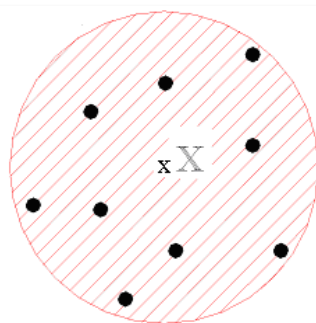
شکل (۱) تقریب تابع $u^h(x_i)$ در روش MLS

اگر x نقطه ای درون ناحیه مسأله باشد تقریب کمترین مربعات متحرک در آن نقطه به صورت زیر خواهد بود (اشکال ۲ و ۳).

$$u^h(x) = \sum_{j=1}^m p_j(x) a_j = p^T(x) a(x) \quad (1)$$



شکل (۲) دامنه حل مسأله



شکل (3) همسایگی نقطه x

که $p(x)$ بعنوان بردار توابع پایه، m تعداد توابع پایه و a بعنوان بردار ضرایب شناخته می شود که توابع پایه با توجه به مثلث پاسکال تعیین می گردد. بردار a به صورت زیر قابل تعریف می باشد.

$$a^T(x) = \{a_1(x) \ a_2(x) \ a_3(x) \ \dots \ a_m(x)\} \quad (2)$$

باید توجه داشت که ضرایب بردار $a(x)$ تابعی از موقعیت نقطه مورد نظر (x) می باشند. رابطه 1 را می توان به صورت زیر نیز بیان نمود:

$$u^h(x) = [1 \ x \ y \ xy \ x^2 \ y^2 \ \dots] [a_1 \ \dots \ a_m]^T = p^T(x)a(x) \quad (3)$$

که در آن:

$$p = \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ x^2 \\ xy \\ y^2 \\ \vdots \end{bmatrix}_{m \times 1}$$

لذا می توان خطای ناشی از تقریب را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$J = \sum_{i=1}^n \hat{W}(X - X_i) [p^T(X_i)a(X) - u_i]^2 \quad (4)$$

که در آن n تعداد نقاط قرار گرفته در همسایگی نقطه X با تابع وزن مخالف صفر و u_i مقدار تابع u در نقطه X_i می باشد. در روش MLS ، تابع وزن بر حسب فاصله نقطه مورد نظر تا گره i ام به صورت زیر تعریف می شود

$$\hat{W} = \hat{W}(r), \quad r_j = \frac{\|x - x_j\|}{D} \quad (5)$$

که s فاصله استاندارد شده بین نقطه میان یابی شده و گره i ام می باشد و D بیان کننده شعاع دامنه حامی می باشد. اکنون با مینیمم کردن مقدار خطا می توان ضرایب مجهول (بردار α) را محاسبه کرد. جهت مینیمم کردن خطا لازم است که:

$$\partial J / \partial a_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

این رابطه منجر به فرمولاسیون زیر خواهد شد:



$$A(x)a(x) = B(x)U_s \quad (7)$$

که U_s بیان کننده بردار مقادیر پارامتر U در گره های قرار گرفته در همسایگی نقطه X می باشد و به صورت زیر تعریف می گردد:

$$U_s = [u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \dots \quad u_n]^T \quad (8)$$

$A(x)$ ماتریس ممان وزنی بوده و به صورت زیر تعریف می گردد:

$$A(x) = \sum_{i=1}^n \hat{W}_i(x) p(x_i) p^T(x_i) \quad (9)$$

همچنین ماتریس $B(x)$ در رابطه (7) به صورت زیر تعریف می گردد:

$$B(x) = [\hat{W}_1(x)p(x_1), \hat{W}_2(x)p(x_2), \dots, \hat{W}_n(x)p(x_n)] \quad (10)$$

با حل رابطه 7، بردار ضرایب $a(x)$ به صورت زیر بدست می آید:

$$a(x) = A^{-1}(x)B(x)U_s \quad (11)$$

و همچنین:

$$u^h(x) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) u_i = \varphi^T(x) U_s \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (12)$$

چنانچه رابطه (11) در رابطه (1) جایگذاری شود می توان توابع شکل را به صورت زیر معرفی نمود:

$$\varphi^T(x) = \{\varphi_1(x) \quad \varphi_2(x) \quad \dots \quad \varphi_n(x)\} = p^T(x) A^{-1}(x) B(x) \quad (13)$$

$$\varphi_i(x) = \sum_{j=1}^m p_j(x) [A^{-1}(x) B(x)]_{ji} = p^T(x) (A^{-1} B)_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

که $\varphi_i(x)$ را تابع شکل متعلق به گره i ام در نقطه x می نامیم. در اینجا a و ماتریس های A و B ثابت نبوده و تابعی از x می باشند.

برای محاسبه مشتق مرتبه اول و دوم توابع شکل، رابطه 12 به صورت زیر قابل بازنویسی خواهد بود:

$$\varphi^T(x) = p^T(x) A^{-1}(x) B(x) \rightarrow \varphi^T = \gamma^T(x) B(x) \quad (15)$$

که در آن:

$$\gamma^T(x) = p^T A^{-1} \quad (16)$$

با توجه به مقارن بودن ماتریس A ، $\gamma(x)$ را می توان به صورت زیر بدست آورد:

$$A\gamma = p \quad (17)$$

مشتقات جزئی $\gamma(x)$ به صورت زیر قابل محاسبه می باشد:

$$A\gamma_{,i} = p_{,i} - A_{,i}\gamma \quad (18)$$

$$A\gamma_{,ij} = p_{,ij} - (A_{,i}\gamma_{,j} + A_{,j}\gamma_{,i} + A_{,ij}\gamma) \quad (19)$$



$$A\gamma_{ijk} = p_{ijk} - \begin{pmatrix} A_{i,j,k} + A_{j,i,k} + \\ A_{i,j,k} + A_{i,k,j} + A_{i,j,k} + \\ A_{j,k,i} + A_{i,j,k} \end{pmatrix} \quad (20)$$

که اندیس های i, j, k بیان کننده مختصات های x و y و گاما بیان کننده مشتق جزئی نسبت به مختصات بیان شده می باشد. مشتقات جزئی توابع شکل به صورت زیر قابل محاسبه می باشد:

$$\phi_{,i}^T = \gamma_{,i}^T B + \gamma^T B_{,i} \quad (21)$$

$$\phi_{,ij}^T = \gamma_{,ij}^T B + \gamma_{,i}^T B_{,j} + \gamma_{,j}^T B_{,i} + \gamma^T B_{,ij} \quad (22)$$

$$\phi_{,ijk}^T = \gamma_{,ijk}^T B + \gamma_{,ij}^T B_{,k} + \gamma_{,ik}^T B_{,j} + \gamma_{,jk}^T B_{,i} + \gamma_{,i}^T B_{,jk} + \gamma_{,j}^T B_{,ik} + \gamma_{,k}^T B_{,ij} + \gamma^T B_{,ijk} \quad (23)$$

توابع وزن مورد استفاده در روش گالرکین بدون المان

تابع وزن برای هر نقطه بر روی دامنه حامی نقطه مورد نظر تعریف می گردد به طوری که تابع وزن بر روی تمامی نقاط دامنه حامی مثبت یا صفر می باشد و مقدار آن در x_j حداکثر بوده و با دور شدن از نقطه x_j مقدار آن کاهش می یابد و در فاصله ای از گره مورد نظر که آن را شعاع اثر تابع وزن می نامند، مقدار آن برابر صفر می گردد. به عبارت دیگر شعاع اثر تابع وزن بیان کننده ناحیه ای است که آن گره خاص می تواند روی جواب تاثیر بگذارد. برای تابع وزن $\hat{W}(x-x_i)$ می توان ویژگی های زیر را بیان نمود:

الف) $\hat{W}(x-x_i) > 0$ بر روی تمام نقاط دامنه حامی مثبت باشد.

ب) $\hat{W}(x-x_i) = 0$ برای تمام نقاط خارج از دامنه حامی صفر باشد.

ج) $\hat{W}(x-x_i)$ دارای کاهش یکنواخت از نقطه x به سایر نقاط باشد.

د) $\hat{W}(x-x_i)$ بر روی دامنه حامی پیوسته و صاف باشد.

برای تابع وزن پیشنهادات مختلفی وجود دارد که از معروف ترین آنها cubic spline و Gaussian می باشد. تابع وزن گوسی از نوع نمایی بوده و به صورت زیر تعریف می شود

$$\hat{W}_i(x) = \begin{cases} e^{-\frac{r^2}{\alpha^2}} & 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \quad (24)$$

تابع وزنی cubic spline به صورت زیر تعریف می گردد

$$\hat{W}_i(x) = \begin{cases} 1-6r^2+6r^3 & 0 \leq r \leq 0.5 \\ 2-6r+6r^2-2r^3 & 0.5 < r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \quad (25)$$

$$\hat{W}_i(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}-4r^2+4r^3 & 0 \leq r \leq 0.5 \\ \frac{4}{3}-4r+4r^2-\frac{4}{3}r^3 & 0.5 < r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \quad (26)$$



$$\hat{W}_i(x) = \begin{cases} 1 - 6r^2 + 8r^3 - 3r^4 & r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \quad (27)$$

$$\hat{W}_i(x) = \begin{cases} 1 - 10r^2 + 20r^3 - 15r^4 + 4r^5 & 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \quad (28)$$

$$\hat{W}_i(x) = \begin{cases} 1 - \frac{47}{10}r^2 + 12r^4 - 10r^5 + \frac{1}{2}r^6 + \frac{6}{5}r^7 & 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \quad (29)$$

محاسبه تابع وزن با مرتبه دلخواه به صورت زیر امکان پذیر است. رابطه زیر حالت کلی تابع وزن را نشان می دهد:

$$\hat{W}_i(x) = \begin{cases} \sum_{i=1}^n b_i r_i^n & 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \quad (30)$$

که در آن n بیان کننده مرتبه تابع وزن و b_i بیان کننده ضرایب آنها می باشد که با اعمال شرایط پیوستگی قابل محاسبه است. برای مثال، یک تابع وزن از مرتبه 4 به صورت زیر قابل بازنویسی می باشد:

$$\hat{W}_i(x) = \begin{cases} b_0 + b_1 r + b_2 r^2 + b_3 r^3 + b_4 r^4 & 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \quad (31)$$

شرایط اعمالی به صورت زیر قابل بیان می باشد:

الف) مقدار تابع وزن در مرکز دامنه حامی ($r=0$) برابر با یک می باشد

$$\hat{W}_i \Big|_{r=0} = 1 \quad (32)$$

ب) مقدار تابع و مشتقات مرتبه اول و دوم آن در مرز دامنه حامی ($r=1$) برابر با صفر می باشد.

$$\begin{aligned} \hat{W}_i \Big|_{r=1} &= 0 \\ \frac{\partial \hat{W}_i}{\partial r} \Big|_{r=1} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \hat{W}_i}{\partial r^2} \Big|_{r=1} &= 0 \end{aligned} \quad (33)$$

ج) تابع وزن متقارن بوده به صورتی که مشتق مرتبه اول آن در مرکز دامنه حامی ($r=0$) برابر با صفر شود. این شرط بیان کننده تقارن در تابع وزن بوده و به صورت زیر بیان می گردد:

$$\frac{\partial \hat{W}_i}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \quad (34)$$

با استفاده از روابط (32)، (33) و (34)، مجموعه معادلات زیر بدست می آید:



$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{W}_i \Big|_{r=0} = 1 \\ \hat{W}_i \Big|_{r=1} = 0 \\ \frac{\partial \hat{W}_i}{\partial r} \Big|_{r=1} = 0 \\ \frac{\partial^2 \hat{W}_i}{\partial r^2} \Big|_{r=1} = 0 \\ \frac{\partial \hat{W}_i}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b_0 = 1 \\ b_1 = 0 \\ b_0 + b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = 0 \\ b_0 + 2b_2 + 3b_3 + 4b_4 = 0 \\ 2b_2 + 6b_3 + 12b_4 = 0 \end{array} \right. \quad (35)$$

حل دستگاه معادلات بالا منجر به محاسبه ضرایب به صورت زیر می گردد:

$$\left\{ \begin{array}{l} b_0 = 1 \\ b_1 = 0 \\ b_2 = -6 \\ b_3 = 8 \\ b_4 = -3 \end{array} \right. \quad (36)$$

با قرار دادن این ضرایب در رابطه 34، تابع وزن به صورت زیر بدست می آید:

$$\hat{W}_i(x) = \begin{cases} 1 - 6r^2 + 8r^3 - 3r^4 & 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \quad (37)$$

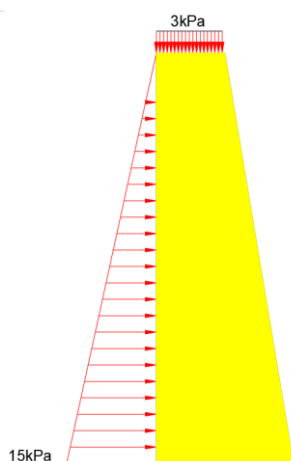
توابع شکل بدست آمده در روش گالرکین بدون المان دارای خاصیت دلتای کرانیکر نمی باشند ولی مجموع توابع شکل بدست آمده بر روی دامنه حامی برابر با یک می باشد.

بررسی مساله تقارن محوری

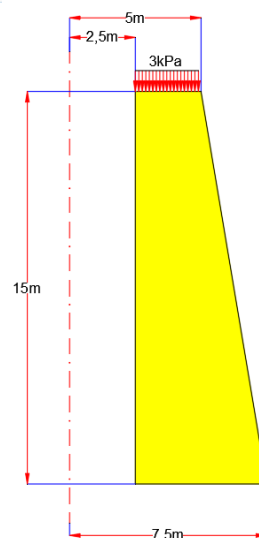
شکل (4) یک مخروط ناقص تو خالی را نشان می دهد. درون این قطعه از آب پر شده است و یک فشار هیدرواستاتیکی روی جداره داخلی بوجود آورده است. علاوه بر آن یک فشار 3kPa نیز به سطح فوقانی مدل اعمال می شود. هدف از حل مساله یافتن جابجایی بوجود آمده در نقاط مختلف می باشد.

به طور کلی برای آنالیز اجسام سه بعدی باید از المان های سه بعدی استفاده کنیم و کل حجم را المان بندی کنیم اما در یک حالت خاص که مدل نسبت به یک محور مشخص متقارن باشد و بارگذاری نیز متقارن باشد می توان تنها مقطعی از جسم را بصورت دو بعدی تولید کرد (با دوران آن حول محور تقارن کل جسم تولید می شود) و برای المان بندی آن از المان های دو بعدی استفاده نمود و رفتار المان را تقارن محوری تعریف کرد. با این عمل در تعداد المان های مورد استفاده و زمان حل تا حد بسیار زیادی صرفه جویی می شود.

ماده انتخاب شده فولاد با مشخصات مدول الاستیک برابر با 200Gpa و نسبت پواسون برابر با 0.3 می باشد. شکل 5 بارگذاری مخروط ناقص تحت فشار هیدرواستاتیکی را نشان می دهد.



شکل (5) بارگذاری مخروط ناقص تحت فشار هیدرواستاتیکی



شکل (4) مخروط ناقص تحت فشار هیدرواستاتیکی

جهت شبیه سازی می توان تعداد متفاوتی المان و گره را در نظر گرفت افزایش تعداد گره ها منجر به افزایش دقت حل و زمان حل مساله می گردد. با در نظر گرفتن حالات مختلف، در نهایت جهت شبیه سازی از المان بندی منظم با تعداد ۳۴۱ گره و ۶۰۰ المان استفاده شده است که دارای دقت حل خوب و زمان مصرفی مناسب نسبت به سایر حالات می باشد. جدول (1) مقایسه نتایج حاصل از شبیه سازی بر اساس روش المان محدود و روش گالرکین بدون المان را برای تعدادی از گره ها را نشان می دهد.



جدول (1) - مقایسه نتایج حاصل از شبیه سازی بر اساس روش المان محدود و روش گالرکین بدون المان

node#	x(m)	y(m)	U _x (FEM) (X10 ⁻⁸ m)	U _x (EFG) (X10 ⁻⁸ m)	error%	U _y (FEM) (X10 ⁻⁸ m)	U _y (EFG) (X10 ⁻⁸ m)	error%
1	0.25	1.5	-0.0075	-0.0073	5.0	-2.4338	-2.3181	6.9
2	0.5917	0.95	0.8758	0.8661	2.1	-1.0342	-1.0132	3.8
3	0.6	0.9	0.9241	0.9596	7.2	-0.9634	-0.941	4.4
4	0.6083	0.85	0.9707	0.9961	4.9	-0.8933	-0.8463	9.9
5	0.6167	0.8	1.0158	1.0129	0.5	-0.824	-0.8051	4.3
6	0.625	0.75	1.0595	1.0655	1.1	-0.7559	-0.7248	7.7
7	0.6333	0.7	1.1018	1.0737	4.8	-0.689	-0.6694	5.3
8	0.6417	0.65	1.1427	1.1516	1.5	-0.6236	-0.6422	5.6
9	0.65	0.6	1.1821	1.1978	2.5	-0.56	-0.5638	1.3
10	0.7417	0.05	1.4244	1.4285	0.5	-0.032	-0.0311	5.3
11	0.25	1.45	0.1227	0.1258	4.7	-2.3646	-2.4427	6.2
12	0.6925	0.05	1.4544	1.4141	5.2	-0.037	-0.0358	6.1
13	0.6433	0.05	1.4918	1.5393	6.0	-0.042	-0.0422	0.9
14	0.5942	0.05	1.5392	1.4817	7.0	-0.0469	-0.0465	1.6
15	0.545	0.05	1.5998	1.559	4.8	-0.0518	-0.0531	4.7
16	0.4958	0.05	1.678	1.6997	2.4	-0.0568	-0.056	2.6
17	0.51	0.4	1.4502	1.4327	2.3	-0.4637	-0.481	7.0
18	0.4667	0.4	1.509	1.54	3.9	-0.4988	-0.4884	3.9
19	0.4233	0.4	1.5856	1.6315	5.4	-0.5362	-0.5217	5.1
20	0.38	0.4	1.6862	1.6903	0.5	-0.5773	-0.5695	2.5

مقایسه نتایج نشان دهنده همخوانی خوبی بین نتایج حاصل از شبیه سازی بر اساس روش المان محدود و روش بدون المان درون یاب نقطه ای شعاعی می باشد و این اختلاف در اکثر موارد، کمتر از 7٪ می باشد.



نتیجه گیری

در این تحقیق، از روش گالرکین بدون المان جهت حل مسائل تقارن محوری استفاده شد. در ادامه نمونه ای از مسایل تقارن محوری بر اساس روش گالرکین بدون المان با استفاده از نرم افزار مطلب شبیه سازی شد و نتایج بدست آمده با نتایج حاصل از شبیه سازی بر اساس روش اجزاء محدود مقایسه شد که نتایج حاصل از دو روش دارای همخوانی خوبی با یکدیگر می باشند.



مراجع

خسروی فرد، سید امیر. دانشمند، فرهنگ. یک روش حقیقتاً بی‌المان گالرکین برای تحلیل مسائل الاستیک، پایان نامه، دانشگاه شیراز، 1387.

جوانمرد، سید عبدالصمد. مشکسار، محمد محسن. دانشمند، فرهنگ. آنالیز تغییر شکلهای پلاستیک بزرگ بر اساس روش ترکیبی گالرکین بدون‌المان-المان طبیعی. مواد نوین، 1390، 69 الی 82.

موسوی نژاد، مجتبی. فرزاد، شهابیان مقدم. حسینی، محمود. تحلیل دینامیکی سازه‌های استوانه‌ای با استفاده از روش بدون شبکه. وزارت علوم، تحقیقات، و فناوری. دانشگاه فردوسی مشهد، 1394.

Nayroles, B., Touzot, G., Villon, P. (1992). Generalizing the finite element method: Diffuse approximation and elements, *Computational mechanics* 10, 179-196.

Belytschko T, Lu YY, Gu L. (1994). Element-free Galerkin methods. *Int J Numer Methods Eng* 37:229-256.

Krysl, P., Belytschko, T. (1996). Analysis of thin shells by the element-free Galerkin method. *International Journal of Solid and Structures* 33, 3057-3080

Yin, Lin-Quan Yao, Yang Sao. (2013). A 3D shell-like approach using element-free Galerkin method for analysis of thin and thick plate structures.

Ugural, A. C. (1981). *Stress in Plates and Shells*. Mc Graw-Hill., New York.

Xiaolin Li. (2023). A stabilized element-free Galerkin method for the advection-diffusion-reaction problem, *Applied Mathematics Letters*, Volume 146, December 2023, 108831.

Hossein Talebi, Martin Froend, Benjamin Klusemann. (2017). Application of Adaptive Element-Free Galerkin Method to Simulate Friction Stir Welding of Aluminum. *Procedia Engineering*. Volume 207, Pages 580-585.

Juan C. Álvarez-Hostos, Zahur Ullah, Bruno, A. Storti, Benjamín A. Tourn, Javier A. Zambrano-Carrillo. (2024). An overset improved element-free Galerkin-finite element method for the solution of transient heat conduction problems with concentrated moving heat sources. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. Volume 418, Part B, 116574.



Simulating and investigating axial symmetry problems based on elementless Galerkin method and finite element method

S.A. samad Javanmard

Department of Mechanical Engineering, Marvdasht Branch, Islamic Azad University, Marvdasht, Iran

Abstract

Along with many advances in the field of computer science in the last few decades, numerical methods have also made a lot of progress. Among these methods, we can refer to finite element method and meshless methods. In the finite element method, the mesh production cost is very high and it is unable to solve some problems such as large shape change problems and failure mechanics problems that are highly dependent on meshing, so the idea of producing a numerical method without elements was formed. One of the methods without elements is the element free galerkin method, which differs from the finite element method in that it does not require meshing and only creates nodes in the domain and how to construct shape functions in them. In this research, after analyzing and simulating axial symmetry problems, stresses, strains, and displacements are obtained from two methods of element free Galerkin and finite element method and are compared with each other.

Keywords: Meshless methods, element free Galerkin, Finite Element, axial symmetry problems.